2) ВИШЕСТРУКО КИНЕМАТИЧКИ СТАБИЛНИ НОСАЧИ

(6) $\boxed{z_s + z_k + z_o + z_u > 2k}$

услов: $R(z_s + z_k + z_o + z_u) = 2k$
ранг

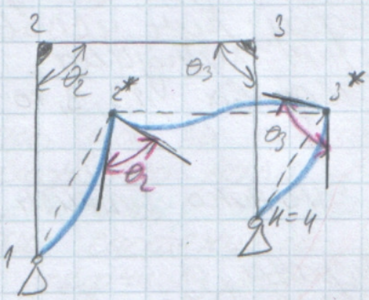
-стабилни су и они системи код којих је број услова за померања чворова већи од броја померања u и ϑ, ако међу њима постоји 2к међусобно независних услова тј. ако постоји 2к услова који задовољавају ј-ну (2).

-Из ј-на (1), (2) и (3) закључујемо:
АНАЛИТИЧКИ УСЛОВ ЗА КИНЕМАТИЧКУ СТАБИЛНОСТ ЈЕДНОГ СИСТЕМА ШТАПОВА ЈЕ ДА РАНГ МАТРИЦЕ УСЛОВА КОМПАТИБИЛНОСТИ ПОМЕРАЊА ЧВОРОВА ТОГ СИСТЕМА БУДЕ ЈЕДНАК ДВОСТРУКОМ БРОЈУ ЧВОРОВА.

⇒Вишеструко стабилан систем је онај који има већи број елемената од двоструког броја чворова.

Он има
$z_k + z_s + z_o + z_u - 2k$ сувишних елемената,
што значи да из њега може да се уклони $z_k + z_o + z_u + z_s - 2k$ елемената а да он и даље буде стабилан.

пример:



$2k = 8$

$z_s = 3$
$z_k = 2$
$z_o = 4$
$z_u = 0$
9

$9 > 8$

може бити носач конструкције

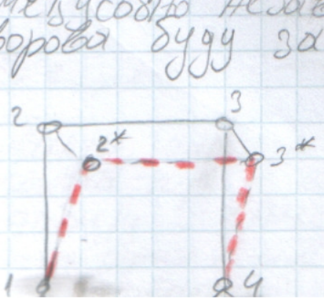
3) КИНЕМАТИЧКИ ЛАБИЛНИ НОСАЧИ

(7) $\boxed{z_s + z_k + z_u + z_o < 2k}$

$R(z_s + z_k + z_o + z_k) < 2k$

Број елемената, тј број услова за померања чворова је једнак или већи од броја померања, али је број независних услова мањи од 2к.

* У лабилном систему број $2k - R(z_k + z_u + z_s + z_o)$ представља број померања која могу да се изаберу произвољно и међусобно независно а да сви услови за померања чворова буду задовољени, тј. представља БРОЈ СТЕПЕНИ СЛОБОДЕ ТОГ СИСТЕМА.



⇒не може да буде носач конструкције.

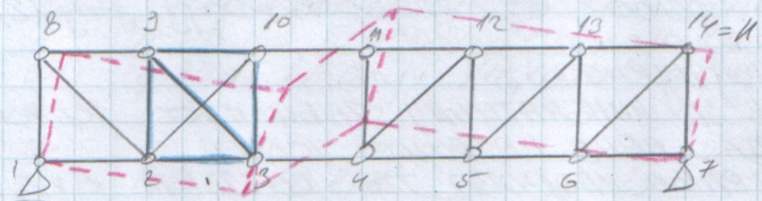
(МЕХАНИЗАМ)

НАПОМЕНЕ.

Услов да је број елемената једнак или већи од 2к, тј. услови (5) и (6) су потребни али не и довољни услови да систем буде кинематички стабилан. Да би систем био стабилан треба да буде задовољен и услов (8). Примери:

ПРИМЕРИ

1)



$k=14$

штапови 2-10 и 3-9 се укрштају (нису везани)

$z_s=25$ $z_u=0$ $\bar{z}_o=3$ $z_u=0$

$z_s+z_u+z_o+z_u=28=2k$ (услов (5) задовољен)

Међутим, овај систем је лабилан, јер да би се померио и прешао у испрекидани положај није потребно да се деформише ни један штап нити да се помери било који ослонац.

-услови за померања чворова тог система су међусобно зависни јер је услов (1) за штап 2-10 са $\Delta l_{2,10}=0$, тј. услов да се чворови 2 и 10 релативно не померају, већ имплицитно садржан у одговарајућим условима за штапове који су на слици пуним линијама.

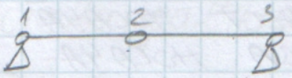
-штап који је сувишан у вези чворова 2,3,9,10 недостаје у вези чворова 3,4,10,11.

-систем ће бити стабилан ако 2-10 заменимо штапом 4-10.

БИТНО:

-овај систем може да има коначна померања, а када се изведе из почетне конфигурације и даље остаје лабилан. Па за системе који могу да имају коначна померања кажемо да имају НЕПРАВИЛАН РАСПОРЕД ЕЛЕМЕНАТА.

г)



$n=3$
$z_s=2$
$z_u=0$
$z_u=0$
$z_o=4$

$z_s+z_u+z_u+z_o=6=2k$ (услов [5] задовољен)

Али, испитивањем детерминанте услова за померања чворова који са $\Delta l=0$ за оба штапа и $c_0=0$ за све ослонце гласе:

$u_2-u_1=0$ $\quad$ $u_3-u_2=0$
$u_1=0$ $\quad$ $v_1=0$
$u_3=0$ $\quad$ $v_3=0$

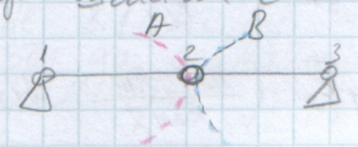
$\Rightarrow \underline{D=0}$

уверавамо се да услов [в] није задовољен.

⇒ овај систем је кинематички лабилан.

⇒ овај систем може да има само бесконачно мала померања а изведен из почетне конфигурације постаје кинематички стабилан.

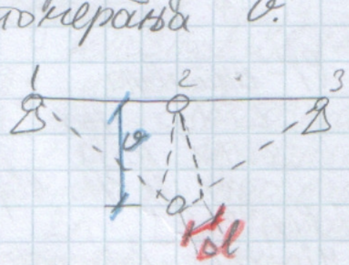
⇒ Ако овај систем раставимо на два независна дела у чвору 2, тада чвор 2 као десни чвор штапа 1-2 може да се помера по кружници A, а као леви чвор штапа 2-3 по кружници B:



Кружнице A и B у чвору 2 имају заједничку тангенту тј. заједнички бесконачно мали елемент лука, зглавкастих веза штапова у том положају не искључује померање чвора 2 дуж тог заједничког елемента.

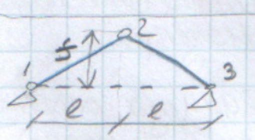
Тако да за системе који могу да имају само бесконачно мала померања кажемо да имају КРИТИЧНУ КОНФИГУРАЦИЈУ тј. КРИТИЧАН ОБЛИК.

- како системи са критичном конфигурацијом, чији се штапови не деформишу, могу да имају само бесконачно мала померања, они НЕ МОГУ ДА БУДУ НОСАЧИ КОНСТРУКЦИЈА.
- у критичној конфигурацији систем не може да прими силе произвољног правца. Равнотежа је могућа само на деформисаном систему при чему малим деформацијама Δl одговарају релативно велика померања v.



Овакав однос деформација и померања доводи до знатних промена у геометријском облику система које су недозвољене у носачима констр.

Ово важи и за системе којима је конфигурација блиска критичној као на слици:

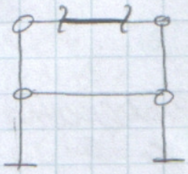


$\boxed{\frac{s}{l} \ll 1}$

Па треба бити опрезан при примени оваквих система.

Правилне закључци о унутрашњим силама и деформацијама система чија је конфигурација блиска критичној могу да се добију САМО на основу теорије ВЕЛИКИХ ДЕФОРМАЦИЈА
основне претпоставке теорије I и II РЕДА нису оправдане а резултати не одговарају стварности.

19 ОПИСАТИ КРИТЕРИЈУМЕ ЗА СТАТИЧКУ ОДРЕЂЕНОСТ НОСАЧА ПОЛАЗЕЋИ ОД УСЛОВА РАВНОТЕЖЕ ЧВОРОВА НОСАЧА.

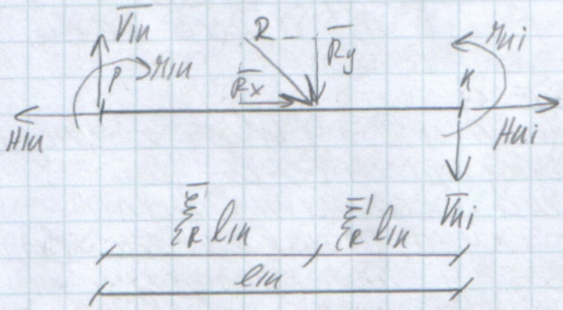


Да бисмо исписали услове равнотеже носача замислићемо да смо кружним пресецима исекли све чворове и тиме носач раставили на z_s независних штапова и k независних чворова.

Утицај штапова на чворове и обратно, замењујемо силама и моментима на крајевима штапова.

-Под утицајем спољашњих сила и сила у пресецима систем штапова и систем чворова су у равнотежи.

-Из услова равнотеже штапова могу да се срачунају силе и моменти на крајевима штапова, тј. да се изразе у ф-ји оптерећења и статички независних величина X_1, X_2, X_3. Када за статички независне величине изаберемо M_{ik}, M_{ki} и S_{ik} тј. H_{ki} и H_{ik}, из услова рав. следи:



$$\bar V_{ik} = \bar R_y \cdot \bar\xi_k' + \frac{M_{ki}-M_{ik}}{l_{ik}} \qquad (1)$$

$$\bar V_{ki} = -\bar R_y \bar\xi_k + \frac{M_{ki}-M_{ik}}{l_{ik}} \qquad (2)$$

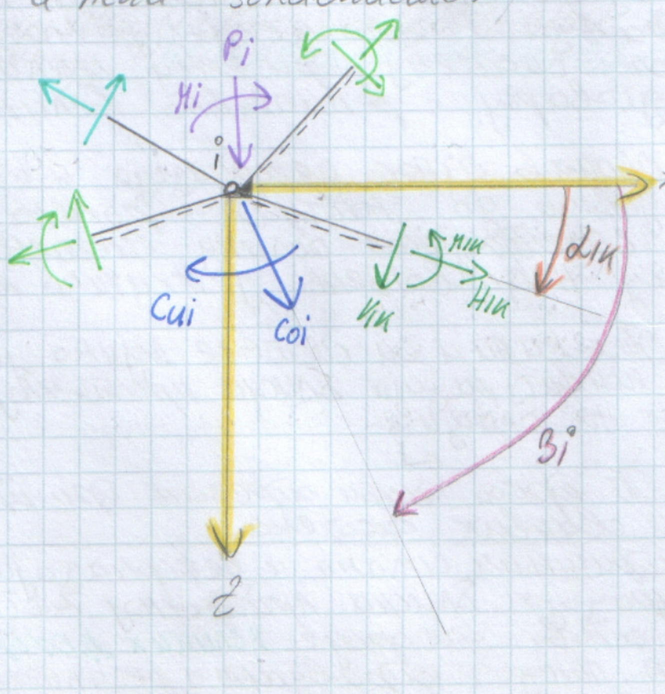
тј. $\bar H_{ik} - \bar H_{ki} = \bar R_x$ (3)

по деф: $\bar H_{ik} + \bar H_{ki} = 2S_{ik}$ (4)

$$\Rightarrow \bar H_{ik} = S_{ik} + \frac{\bar R_x}{2} \qquad (5)$$

$$\bar H_{ki} = S_{ik} - \frac{\bar R_x}{2} \qquad (6)$$

-Посматрајмо чвор носача у коме су неки штапови везани круто а неки зглавкасто.



- - - → произвољно изабрана доња страна штапа.

P_i - активна спољашња сила која делује на чвор. $[P_{ix}, P_{iy}]$

M_i - активни спољ. моменат.

C_{oi} - реакција ослонца

C_{ui} - моменат уклештења.

Услови равнотеже:

$$\sum \bar{H}_{ik}\cdot\cos\alpha_{ik} - \sum \bar{V}_{ik}\sin\alpha_{ik} + C_{oi}\cos\beta_i + P_{ix} = 0$$

$$\sum \bar{H}_{ik}\cdot\sin\alpha_{ik} + \sum \bar{V}_{ik}\cdot\cos\alpha_{ik} + C_{oi}\cdot\sin\beta_i + P_{iy} = 0 \qquad (7)$$

$$\sum \Lambda_{ik}\cdot M_{ik} + C_{ui} + M_i = 0$$

$\Lambda_{ik} = \pm 1$ (+1 када је позитивни моменат у смеру казаљке на сату, и обрнуто)

(8)

$$\sum S_{ik}\cdot\cos\alpha_{ik} - \sum \frac{M_{ki}-M_{ik}}{l_{ik}}\cdot\sin\alpha_{ik} + C_{oi}\cdot\cos\beta_i + H_i = 0 \qquad 8.1.$$

$$\left(H_i = P_{ix} + \frac{1}{2}\sum \bar{R}_x\cdot\cos\alpha_{ik} - \sum \bar{R}_y\cdot\xi_k'\cdot\sin\alpha_{ik}\right) \qquad 8.4$$

$$\sum S_{ik}\cdot\sin\alpha_{ik} + \sum \frac{M_{ki}-M_{ik}}{l_{ik}}\cdot\cos\alpha_{ik} + C_{oi}\cdot\sin\beta_i + V_i = 0 \qquad 8.2.$$

$$\left(V_i = P_{iy} + \frac{1}{2}\sum \bar{R}_x\sin\alpha_{ik} + \sum \bar{R}_y\,\xi_k'\cdot\cos\alpha_{ik}\right) \qquad 8.5$$

$$\sum \Lambda_{ik}\cdot M_{ik} + C_{ui} + M_i = 0 \qquad 8.3.$$

Ј-не 8.1 и 8.2, тј. услови равнотеже сила у чворовима могу да се напишу за сваки чвор носача, па је њихов број једнак 2К.

Ј-на 8.3., тј услов да је алгебарски збир момената у чвору једнак 0, у чворовима у којима не постоји крута веза штапова, идентично је задовољен. Те ј-не пишемо само за групе круто везаних штапова, тј. за чворове у којима постоји бар један крути угао, па је њихов број једнак m.

Укупан број услова равнотеже је:

$$2K + m$$

Број услова за померање чворова (c) и услова равнотеже носача (d):

$$z_s + z_k + z_o + z_u + 2K + m$$

једнак је броју основних статичких и деформацијских непознатих (в)

Ту имамо:

1) $z_o + z_u$ непознатих ослоначких сила C_{oi} и C_{ui}
2) z_s непознатих сила S_{ik}
3) $z_k + m$ непознатих момената M_{ik} и M_{ki}
4) $2K$ непознатих померања u_i^o и v_i^o;

Такође имамо и непознате деформацијске величине штапова, промене дужине тетиве штапова Δl_{ik} и деформацијски углови τ_{ik} и τ_{ki}.

СТАТИЧКА КЛАСИФИКАЦИЈА НОСАЧА

= дефиниција статичког носача:

Статички линијски носач је систем штапова који у границама носивости материјала може да прими и пренесе произвољне спољашње силе, тј. на које произвољне спољашње силе могу да стоје у равнотежи.

= У ј-на (8), којих има $2k+m$, непознате су статичке величине:

1) z_o реакција ослонаца C_{oi}
2) z_u момената уклештења C_{ui}
3) z_s сила S_{ik}

1) СТАТИЧКИ ОДРЕЂЕНИ НОСАЧИ

Статички одређеним системима називамо оне код којих је број непознатих једнак броју једначина

$$\boxed{z_o+z_u+z_u+z_s+m=2k+m}$$

тј.

$$\boxed{z_o+z_u+z_u+z_s=2k}\;;$$

и оне код којих су једначине међусобно независне, тј. $\boxed{D'\neq 0}$.

- оне имају једнозначна решења за произвољне вредности слободних чланова, тј. за произвољне вредности спољашњих сила.
- они могу да приме и пренесу произвољне спољашње силе па могу да буду и носачи конструкција.

ЗАКЉУЧАК:

* СТАТИЧКИ ОДРЕЂЕНИ СИСТЕМИ су КИНЕМАТИЧКИ ПРОСТО СТАБИЛНИ, тј. КИНЕМАТИЧКИ ПРОСТО СТАБИЛНИ СИСТЕМИ су СТАТИЧКИ ОДРЕЂЕНИ.

- реакције ослонаца, моменти уклештења и силе у пресецима статички одређених носача зависе само од оптерећења носача а једнаке су нули када је носач неоптерећен.

2) СТАТИЧКИ НЕОДРЕЂЕНИ НОСАЧИ

Услови равнотеже (8) биће задовољени за произвољне вредности слободних чланова, тј. за произвољне вредности спољашњих сила и онда када је број непознатих већи од броја ј-на:

$$z_o+z_u+z_u+z_s+m>2k+m$$

тј.

$$z_o+z_u+z_s+z_u>2k,$$

ако од коефицијената уз $2k+m$ непознатих може да се формира ма и једна детерминанта $D'\neq 0$. Такав систем називамо статички неодређен.

-61-

ЗАКЉУЧАК:

* СТАТИЧКИ НЕОДРЕЂЕНИ СИСТЕМИ СУ КИНЕМАТИЧКИ ВИШЕСТРУКО СТАБИЛНИ, тј. КИНЕМАТИЧКИ ВИШЕСТРУКО СТАБИЛНИ СИСТЕМИ СУ СТАТИЧКИ НЕОДРЕЂЕНИ.

Разлика $(z_o + z_u + z_s + z_u + m) - (2n + m)$

тј. $(z_o + z_u + z_s + z_u) - n$, која у кинематичкој анализи система представља број сувишних елемената, у статичкој анализи представља број непознатих спољашњих или унутрашњих сила и момената који могу да се изаберу произвољно а да сви услови система буду задовољени. Те величине називамо СТАТИЧКИ НЕЗАВИСНЕ или СТАТИЧКИ НЕОДРЕЂЕНЕ ВЕЛИЧИНЕ СИСТЕМА.

-Ако статички неодређеним величинама једног неоптерећеног статички неодређеног носача задамо неке вредности, из услова равнотеже налазимо реакције ослонаца, моменте уклештења и силе у пресецима које са задатим статички неодређеним величинама стоје у равнотежи.

-Према томе:

реакције ослонаца, моменти укљештења и силе у пресецима статички неодређеног носача могу да постоје и кад је носач неоптерећен. Таква равнотежна стања називамо УНУТРАШЊА РАВНОТЕЖНА СТАЊА НОСАЧА.

3) СТАТИЧКИ ПРЕОДРЕЂЕНИ СИСТЕМИ

То су системи код којих је број статички непознатих мањи од $2n+m$, или је тај број једнак или већи од $2n+m$ али не постоји $2n+m$ непознатих чији коефицијенти у ј-нама (8) формирају дет. $D \neq 0$, и тада систем не може да буде у равнотежи под произвољним спољашњим силама.

$$z_s + z_u + z_u + z_o + m < 2n + m$$

тј. $$z_s + z_u + z_u + z_o < 2n$$

* СТАТИЧКИ ПРЕОДРЕЂЕНИ СИСТЕМИ СУ КИНЕМАТИЧКИ ЛАБИЛНИ ОДНОСНО КИНЕМАТИЧКИ ЛАБИЛНИ СИСТЕМИ СУ СТАТИЧКИ ПРЕОДРЕЂЕНИ.

-Они НЕ могу да буду носачи конструкција.

-да би такав систем био у равнотежи спољашње силе морају да задовоље онолико услова колико систем има степени слободе померања.

20. ПОЈАМ МОГУЋЕГ СТАЊА РАВНОТЕЖЕ И МОГУЋЕГ СТАЊА ПОМЕРАЊА.

$$\left.\begin{aligned} &dH + P_x\,dy = 0 \\ &dV + P_y\,dx = 0 \\ &dM + H\,dy - V\,dx = 0 \end{aligned}\right\} (A)$$

(услови равнотеже елемената штапова)

$$\left.\begin{aligned} &\sum \bar{H}_{ik}\cos\alpha_{ik} - \sum \bar{V}_{ik}\sin\alpha_{ik} + C_{oi}\cos\beta_i + P_{ix} = 0 \\ &\sum \bar{H}_{ik}\sin\alpha_{ik} + \sum \bar{V}_{ik}\cos\alpha_{ik} + C_{oi}\sin\beta_i + P_{iy} = 0 \\ &\sum \lambda_i M_{ik} + C_{ui} + M_i = 0 \end{aligned}\right\} (B)$$

(услови равнотеже чворова носача)

$$\left.\begin{aligned} &du = \varepsilon\,dx - \varphi\,dy \\ &dv = \varepsilon\,dy + \varphi\,dx \\ &d(\varphi - \varphi_T) = -\varkappa\,ds \end{aligned}\right\} (C)$$

(везе померања, обртања и деформацијских величина штапова)

$$\left.\begin{aligned} &F_1(i,k) = \Delta l_{ik} \\ &F_2(i,r) - F_2(i,k) = \tau_{ik} - \tau_{ir} \\ &u_i\cos\beta_i + v_i\sin\beta_i = C_{oi} \\ &F_2(i,k) = C_{ui} - \tau_{ik} \end{aligned}\right\} (D)$$

(услови компатибилности померања чворова)

где су:

$$\left.\begin{aligned} &\Delta l_{ik} = \int_i^k \varepsilon\,ds \\ &\tau_{ik} = \frac{1}{l_{ik}}\int_i^k \left(\bar{\xi}\,l_{ik}\varkappa - \varphi_T\right)ds \end{aligned}\right\} (E)$$

МОГУЋЕ РАВНОТЕЖНО СТАЊЕ НОСАЧА оптерећеног расподељеним силама p_n и p_t, концентрисаним силама P_i и моментима M_i је сваки систем реакција C_{oi} и C_{ui} и сила у пресецима H, T и M које задовољавају услове равнотеже елемената (A) свих штапова и услове равнотеже (B) свих чворова.

- Када је носач статички одређен за дато оптерећење p_t, p_n, и P_i, M_i постоји само један систем реакција C_{oi}, C_{ui} и сила у пресецима H, T, M. који задовољава (A) и (B). односно, у статички одређеном систему за дато оптерећење постоји само једно могуће равнотежно стање и то је оно равнотежно стање које се у том носачу под таквим оптерећењем стварно јавља.

- Када је носач статички неодређен за дато оптерећење p_t, p_n и P_i и M_i постоји више система реакција C_{oi}, C_{ui} и сила у пресецима H, T, M који задовољавају ј-не (A) и (B) односно, постоји више могућих равнотежних стања. Стварно равнотежно стање које се у том носачу, под датим оптерећењем јавља је само једно од могућих равнотежних стања тог носача.

МОГУЋЕ СТАЊЕ ДЕФОРМАЦИЈЕ НОСАЧА је сваки систем $\kappa, \varepsilon, \varphi$ померања c_{oi} и обртања c_{ui} које сагласно ј-нама (одговарају деформацијске величине штапова Δl_{ik} и τ_{ik} тако да постоје обртања и померања која задовољавају све услове компатибилности померања чворова (0).

-Када је носач статички одређен, односно кинематички просто стабилан број услова компатибилности померања чворова једнак је броју померања чворова и за произвољне вредности слободних чланова $c_{oi}, c_{ui}, \Delta l_{ik}, \tau$ односно $\kappa, \varepsilon, \varphi_T$ могу се одредити померања која задовољавају те услове.

-Када је носач статички неодређен, односно кинематички вишеструко стабилан, број услова компатибилности померања чворова је већи од броја померања чворова. Сви ти услови могу да буду задовољени само за одређене вредности слободних чланова $c_{oi}, c_{ui}, \Delta l_{ik}, \tau_{ik}$ односно за одређене вредности деформацијских величина $\kappa, \varepsilon, \varphi_T$.

21) ВЕЗЕ МОГУЋЕГ СТАЊА РАВНОТЕЖЕ И МОГУЋЕГ СТАЊА ПОМЕРАЊА ЗА ШТАП И ЊЕНО ФИЗИЧКО ЗНАЧЕЊЕ.

Посматрајмо произвољан сон или снн носач, и нека он има 2 стања:

1) МОГУЋЕ РАВНОТЕЖНО СТАЊЕ

$\tilde{p}_n, \tilde{p}_t$ и $\tilde{P}_1^0, \tilde{M}_i$ — оптерећење

$\tilde{C}_{oi}, \tilde{C}_{ui}$ — реакције

$\tilde{H}, \tilde{T}, \tilde{M}$ — силе у пресецима

2) МОГУЋЕ СТАЊЕ ДЕФОРМАЦИЈЕ

$\tilde{\tilde{\varkappa}}, \tilde{\tilde{\varepsilon}}, \tilde{\tilde{\varphi}}_T$

$\tilde{\tilde{c}}_{oi}, \tilde{\tilde{c}}_{ui}$ — померања ослонаца

$\Delta \tilde{\tilde{l}}_{iu}, \tilde{\tilde{\tau}}_{iu}$

$\tilde{\tilde{u}}, \tilde{\tilde{v}}, \tilde{\tilde{\varphi}}$ — померања и обртање пресека

- „~" и „≈" назначавамо да ова два стања немају никакве међусобне везе

$$\left.\begin{aligned} &d\tilde{H} + \tilde{p}_x\,dy = 0 && /\cdot \tilde{\tilde{u}} \\ &d\tilde{V} + \tilde{p}_y\,dx = 0 && /\cdot \tilde{\tilde{\vartheta}} \\ &d\tilde{M} + \tilde{H}dy - \tilde{V}dy = 0 && /\cdot\left(-(\tilde{\tilde{\varphi}} - \tilde{\tilde{\varphi}}_T)\right) \end{aligned}\right\} \oplus \Big\} \int_1^k$$

$$\boxed{\int_1^k d\tilde{H}\cdot\tilde{\tilde{u}} - \int_1^k \tilde{H}(\tilde{\tilde{\varphi}} - \tilde{\tilde{\varphi}}_T)dy + \int_1^k d\tilde{V}\cdot\tilde{\tilde{\vartheta}} + \int_1^k \tilde{V}(\tilde{\tilde{\varphi}} - \tilde{\tilde{\varphi}}_T)dx - \int_1^k (\tilde{\tilde{\varphi}} - \tilde{\tilde{\varphi}}_T)d\tilde{M} + \int_1^k (\tilde{p}_x\tilde{\tilde{u}}\,dy + \tilde{p}_y\tilde{\tilde{\vartheta}}\,dx) = 0}$$

$\Rightarrow$ парц. интегр. :

1) $$\int_1^k \tilde{\tilde{u}}\,d\tilde{H} - \int_1^k \tilde{H}(\tilde{\tilde{\varphi}} - \tilde{\tilde{\varphi}}_T)dy = [\tilde{H}\tilde{\tilde{u}}]_1^k - \int_1^k \tilde{H}\,d\tilde{\tilde{u}} - \int_1^k \tilde{H}(\tilde{\tilde{\varphi}} - \tilde{\tilde{\varphi}}_T)dy =$$

$$= [\tilde{H}\tilde{\tilde{u}}]_1^k - \int_1^k \tilde{H}\big(\underbrace{d\tilde{\tilde{u}} + \tilde{\tilde{\varphi}}\,dy}_{\tilde{\tilde{\varepsilon}}\,dx} - \tilde{\tilde{\varphi}}_T\cdot dy\big) =$$

$$= [\tilde{H}\tilde{\tilde{u}}]_1^k - \int_1^k \tilde{H}(\tilde{\tilde{\varepsilon}}\,dx - \tilde{\tilde{\varphi}}_T\,dy)$$

2) $$\int_1^k \tilde{\tilde{\vartheta}}\,d\tilde{V} + \int_1^k \tilde{V}(\tilde{\tilde{\varphi}} - \tilde{\tilde{\varphi}}_T)dx = [\tilde{V}\cdot\tilde{\tilde{\vartheta}}]_1^k - \int_1^k \tilde{V}\cdot d\tilde{\tilde{\vartheta}} + \int_1^k \tilde{V}(\tilde{\tilde{\varphi}} - \tilde{\tilde{\varphi}}_T)dx$$

$$= [\tilde{V}\cdot\tilde{\tilde{\vartheta}}]_1^k - \int_1^k \tilde{V}\left[d\tilde{\tilde{\vartheta}} - \tilde{\tilde{\varphi}}\,dx + \tilde{\tilde{\varphi}}_T\,dx\right]$$

$$= [\tilde{V}\cdot\tilde{\tilde{v}}]_i^k - \int_i^k [\tilde{\tilde{\varepsilon}}\,dy + \tilde{\tilde{\varphi}}_T\,dx]\cdot\tilde{V}$$

3) $$-\int_i^k (\tilde{\tilde{\varphi}} - \tilde{\tilde{\varphi}}_T)\,d\tilde{M} = [\tilde{M}\cdot(\tilde{\tilde{\varphi}} - \tilde{\tilde{\varphi}}_T)]_i^k + \int_i^k \tilde{M}\cdot\underbrace{d(\tilde{\tilde{\varphi}} - \tilde{\tilde{\varphi}}_T)}_{-\tilde{\tilde{\varkappa}}\,ds} =$$

$$= [\tilde{M}\cdot(\tilde{\tilde{\varphi}} - \tilde{\tilde{\varphi}}_T)]_i^k - \int_i^k \tilde{M}\cdot\tilde{\tilde{\varkappa}}\,ds$$

РАД РАСПОДЕЉЕНИХ СИЛА ДУЖ ШТАПА

РАД СИЛА НА КРАЈЕВИМА ШТАПА

$$\Rightarrow [\tilde{H}\cdot\tilde{\tilde{u}} + \tilde{V}\cdot\tilde{\tilde{v}} - \tilde{M}\cdot(\tilde{\tilde{\varphi}} - \tilde{\tilde{\varphi}}_T)]_i^k + \int_i^k [\tilde{p}_x\,\tilde{\tilde{u}}\,dy + \tilde{p}_y\cdot\tilde{\tilde{v}}\,dx] =$$

$$= \int_i^k [\tilde{M}\cdot\tilde{\tilde{\varkappa}}\,ds + \underbrace{(\tilde{H}dx + \tilde{V}dy)}_{\tilde{N}}\tilde{\tilde{\varepsilon}} + \underbrace{(\tilde{V}dx - \tilde{H}dy)}_{\tilde{T}}\tilde{\tilde{\varphi}}_T]$$

$dx = ds\cos\alpha$ $\qquad$ $N = H\cos\alpha + V\sin\alpha$

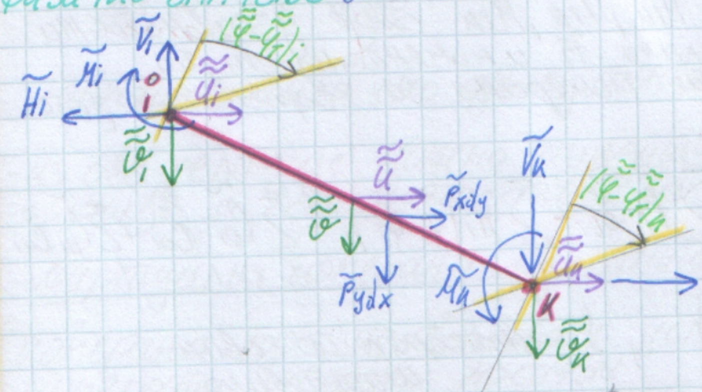
$dy = ds\sin\alpha$ $\qquad$ $T = V\cos\alpha - H\sin\alpha$

$$\Rightarrow \boxed{= \int_i^k (\tilde{M}\tilde{\tilde{\varkappa}} + \tilde{N}\cdot\tilde{\tilde{\varepsilon}} + \tilde{T}\tilde{\tilde{\varphi}}_T)\,ds}$$

ВЕЗА ИЗМЕЂУ МОГУЋЕГ РАВНОТЕЖНОГ СТАЊА И МОГУЋЕГ СТАЊА ДЕФОРМАЦИЈА.

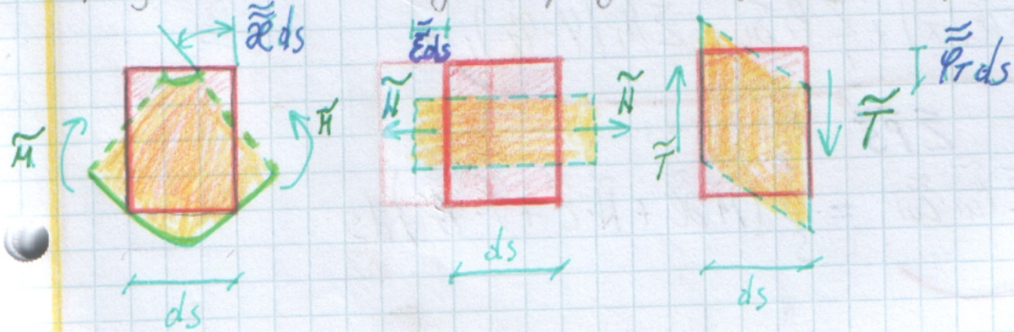
РАД УНУТРАШЊИХ СИЛА МОГУЋЕГ РАВНОТЕЖНОГ СТАЊА НАД ДЕФОРМАЦИЈАМА МОГУЋЕГ СТАЊА ПОМЕРАЊА ТОГ ШТАПА

* ФИЗИЧКО ЗНАЧЕЊЕ:



- рад сила могућег равнотежног стања који делује на рад могућег стања деформација.
- рад момената на обртања

- рад сила на одговарајуће деформације:



(22) ВЕЗА МОГУЋЕГ СТАЊА РАВНОТЕЖЕ И МОГУЋЕГ СТАЊА ПОМЕРАЊА ЗА НОСАЧ. ПРИНЦИП ВИРТУАЛНИХ СИЛА И ВИРТУАЛНИХ ПОМЕРАЊА.

Веза МСР и МСП за штап:

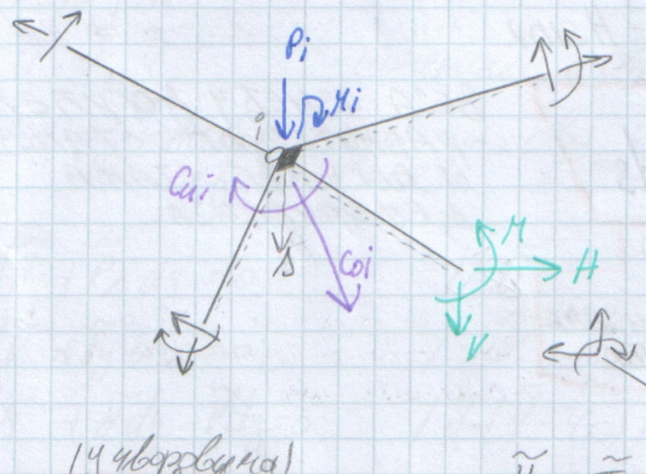
$$\left[\tilde{H}\tilde{\tilde{u}}+\tilde{V}\cdot\tilde{\tilde{v}}-\tilde{M}(\tilde{\tilde{\varphi}}-\tilde{\tilde{\varphi}}_T)\right]_1^k+\int_1^k\left[\tilde{p}_x\tilde{\tilde{u}}dy+\tilde{p}_y\tilde{\tilde{v}}dx\right]=\int_1^k(\tilde{N}\cdot\tilde{\tilde{\varepsilon}}+\tilde{T}\cdot\tilde{\tilde{\varphi}}_T+\tilde{M}\cdot\tilde{\tilde{\varkappa}})ds$$

⇒ када ову ј-ну напишемо за сваки штап носача и саберемо их добијамо везу МСР и МСП за НОСАЧ:

$$\sum_S\left[\tilde{H}\cdot\tilde{\tilde{u}}+\tilde{V}\cdot\tilde{\tilde{v}}-\tilde{M}(\tilde{\tilde{\varphi}}-\tilde{\tilde{\varphi}}_T)\right]_1^k+\sum_S\int_1^k(\tilde{p}_x\tilde{\tilde{u}}dy+\tilde{p}_y\tilde{\tilde{v}}dx)=\sum_S\int_1^k\left[\tilde{N}\tilde{\tilde{\varepsilon}}+\tilde{T}\cdot\tilde{\tilde{\varphi}}_T+\tilde{M}\cdot\tilde{\tilde{\varkappa}}\right]ds$$

/ $\sum_S$ - збир по свим штаповима носача)

⇒ Нека је δ померање у правцу силе P_i



(у чворовима)
Силе на крајевима штапа $\tilde{H}_{ik}, \tilde{T}_{ik}, \tilde{M}_{ik}$ стоје у равнотежи са реакцијама $\tilde{C}_{oi}$ и $\tilde{C}_{ui}$, силама $\tilde{P}_i$ и моментима $\tilde{M}_i$, па сагласно принципу виртуалних померања за чвор као круто тело:

$$\sum_S\left[-\tilde{M}(\tilde{\tilde{\varphi}}-\tilde{\tilde{\varphi}}_T)+\tilde{H}\cdot\tilde{\tilde{u}}+\tilde{V}\cdot\tilde{\tilde{v}}\right]_1^k=\sum_i\tilde{P}_i\cdot\tilde{\tilde{\delta}}_i+\sum_i\tilde{M}_i(\tilde{\tilde{\varphi}}-\tilde{\tilde{\varphi}}_T)_i+\sum_i\tilde{C}_{oi}\cdot\tilde{\tilde{c}}_{oi}+\sum_i\tilde{C}_{ui}\tilde{\tilde{c}}_{ui}$$

Уводимо ознаку $\boxed{\sum_S\int_1^k=\int_S}$; $\int_S$ - интеграл по свим штаповима.

$$\Rightarrow \underbrace{\int_S(\tilde{p}_x\tilde{\tilde{u}}dy+\tilde{p}_y\tilde{\tilde{v}}dx)+\sum_i\tilde{P}_i\tilde{\tilde{\delta}}_i+\sum_i\tilde{M}_i(\tilde{\tilde{\varphi}}-\tilde{\tilde{\varphi}}_T)_i}_{\sum\tilde{P}\tilde{\tilde{S}}\text{ - рад сила и...}}+$$

$$+\underbrace{\sum_i\tilde{C}_{oi}\cdot\tilde{\tilde{c}}_{oi}+\sum_i\tilde{C}_{ui}\cdot\tilde{\tilde{c}}_{ui}}_{\sum\tilde{C}\tilde{\tilde{c}}\text{ - рад реакц. осл. и обртања укљ.}}=\int_S(\tilde{M}\tilde{\tilde{\varkappa}}+\tilde{N}\cdot\tilde{\tilde{\varepsilon}}+\tilde{T}\cdot\tilde{\tilde{\varphi}}_T)ds$$

$$\boxed{\sum \tilde{P}\tilde{\tilde{S}} + \sum \tilde{C}\cdot\tilde{\tilde{c}} = \int_s (\tilde{N}\tilde{\tilde{\varepsilon}} + \tilde{T}\cdot\tilde{\tilde{\varphi}}_T + \tilde{M}\cdot\tilde{\tilde{\varkappa}})\,ds}$$

ВАЖИ ЗА СОН и СНН

ОСНОВНА ВЕЗА М.Р.С. и М.С.П. НОСАЧА.

(рад активних и реактивних сила МРС на том МСП једнак је раду унутрашњих сила носача на деформ. могућег рав. стања)

Из ове релације следе 2 основна принципа у теорији конструкција:

1) ПРИНЦИП ВИРТУАЛНИХ СИЛА

У везу уместо могућег стања деформација унесено померања и деформацијске величине које се у носачу стварно јављају а утицаје МРС уместо „~" обележимо „‾" ⇒

$$\sum \bar{P}\cdot s + \sum \bar{C}\cdot c = \int_s (\bar{N}\cdot\varepsilon + \bar{T}\cdot\varphi_T + \bar{M}\cdot\varkappa)\,ds$$

(претпоставили смо да су силе замишљене (виртуалне) а да су деформације стварне)

-из ове релације се може одредити било која деформација у носачу а такође и све што може из (C) и (D).

2) ПРИНЦИП ВИРТУАЛНИХ ПОМЕРАЊА

У везу уместо МРС унесено реакције и силе у пресецима које се под датим оптерећењем јављају, а утицаје могућег стања деформације уместо „≈" означимо „‾". ⇒

$$\sum P\cdot\bar{s} + \sum C\cdot\bar{c} = \int_s (N\cdot\bar{\varepsilon} + T\cdot\bar{\varphi}_T + M\cdot\bar{\varkappa})\,ds$$

(претпоставили смо да су померања замишљена а силе стварн

-из ове релације можемо одредити било коју силу у носачу, а такође и све што може из (A) и (B).

-<u>виртуална померања</u> су замишљена бесконачно мала померања која задовољавају услове компатибилности померања чворова носача!

(23) ВРСТЕ ОПТЕРЕЋЕЊА: ПО ВРЕМЕНУ ДЕЛОВАЊА, ПРЕМА ПОЛОЖАЈУ НА НОСАЧУ, ПО НАЧИНУ ПРЕНОШЕЊА. ДИЈАГРАМИ УТИЦАЈА И ДИЈАГРАМИ ЕКСТРЕМНИХ ВРЕДНОСТИ УТИЦАЈА. ПОЈАМ УТИЦАЈНЕ ФУНКЦИЈЕ И УТИЦАЈНЕ ЛИНИЈЕ.

Врсте оптерећења:

I ПО ВРЕМЕНУ ДЕЛОВАЊА

1) СТАЛНА ОПТЕРЕЋЕЊА
- ту спада сопствена тежина, као и тежина оних делова конструкције која се преко посматраног носача преноси на ослонце.
- На носач делују трајно.

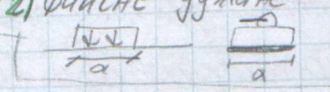
2) ПОВРЕМЕНА ОПТЕРЕЋЕЊА
- снег, ветар, пешаци, возила, ускладиштен материјал...
- на носач делују краће или дуже време.

3) ИЗУЗЕТНА ОПТЕРЕЋЕЊА
- сеизмика, пожар...

II ПО ПОЛОЖАЈУ НА НОСАЧУ

1) ПОКРЕТНО ОПТЕРЕЋЕЊЕ - повремено оптерећење које може да мења положај на носачу.
- У општем случају произвољно делује на штапове носача, и може бити: 1) - ЈЕДНАКО ПОДЕЉЕНО (људи, мања возила, ускладиштена роба...)
2) - СИСТЕМ КОНЦЕНТРИСАНИХ СИЛА. (друмска, железничка и друга возила...)
- Систем концентрисаних сила редовно је систем паралелних сила на међусобним растојањима који се у току времена не мењају, па га називамо:
- ПОКРЕТАН СИСТЕМ ВЕЗАНИХ КОНЦЕНТРИСАНИХ СИЛА.

- једнако подељено оптер. може бити:
1) бесконачне дужине (људска навала); 2) коначне дужине



III ПО НАЧИНУ ПРЕНОШЕЊА

1) ДИРЕКТНО - НЕПОСРЕДНО ОПТЕРЕЋЕЊЕ
- овако оптерећени штапови примају оптерећење по читавој дужини, у свим тачкама осе.

2) ИНДИРЕКТНО - ПОСРЕДНО ОПТЕРЕЋЕЊЕ
- овако оптерећени штапови примају оптерећење само у одређеним тачкама.

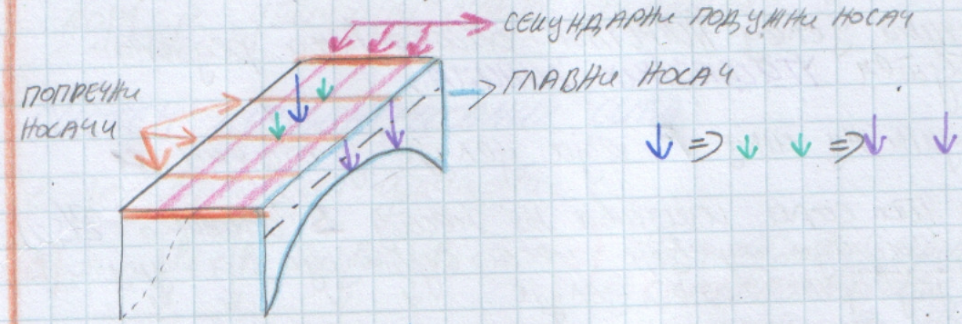
- Низ тачака у којима је штап посредно оптерећен називамо ЧВОРОВИМА. Битно је разликовати овај појам чворова од оних који се односе на карактеристичне тачке носача и који користимо при статичкој и кинематичкој класификацији.
- У чворовима посредно оптерећених штапова су везани носачи чија је раван управна на раван посматраног носача па их називамо ПОПРЕЧНИ НОСАЧИ.
- Попречни носачи су повезани са подужним носачима чије су равни паралелне са равни посматраног носача па их називамо СЕКУНДАРНИ ПОДУЖНИ НОСАЧИ.
- Попречни носачи и секундарни подужни носачи формирају ... управно на своју раван = РОШТИЉ НОСАЧИ.

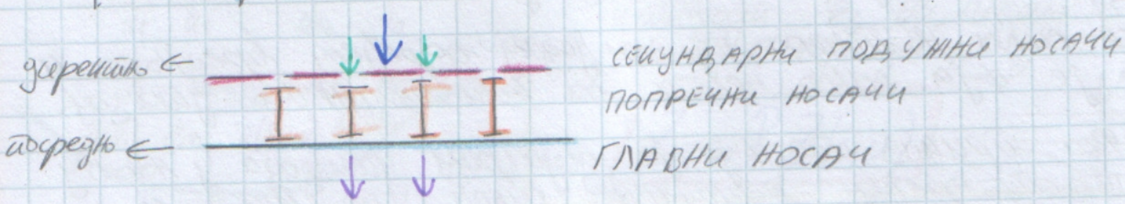
-69-

Просторни носачи конструкција најчешће су образовани од два система равних носача:

1) ГЛАВНИ НОСАЧ - примају оптерећење у својој равни и преносе на ослонце.

2) РОШТИЉНИ НОСАЧ - оптерећени управно на своју раван и преносе оптер. на главне носаче.





УТИЦАЈИ

Утицаји у носачу су кратки назив за реакције ослонаца, реакције уклештења, силе у пресецима, померања тачака и обртања попречних пресека који настају услед деловања спољашњих утицаја - активне силе (оптерећење), температурне промене, померања ослонаца и обртања уклештења.

ЕКСТРЕМНЕ ВРЕДНОСТИ УТИЦАЈА

Вредности утицаја у носачима који су оптерећени сталним и повременим **непокретним** оптерећењем зависе **само** од **величине** оптерећења.

Вредности утицаја у носачима услед **покретног** оптерећења не зависе само од **интензитета оптерећења** већ **и** од његовог **положаја** на носачу.

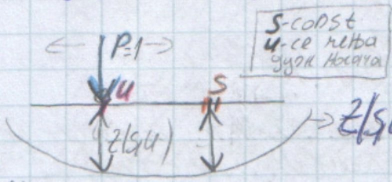
- Од свих положаја покретног оптерећења на носачу, најбитнији су они при којима се јављају ЕКСТРЕМНЕ ГРАНИЧНЕ ВРЕДНОСТИ, тј:
  1) МАКСИМАЛНИ ПОЗИТИВНИ
  2) МАКСИМАЛНИ НЕГАТИВНИ - МИНИМАЛНИ
  } утицаји на посматраном месту на носачу.

- Положај покретног оптерећења при коме утицај на посматраном месту носача има екстремну вредност називамо ОПАСАН или МЕРОДАВАН ПОЛОЖАЈ. Он се разликује за сваки поп. пр. и сваки утицај у пр.

Максималне и минималне вредности неког утицаја у носачима услед покретног оптерећења приказујемо дијаграмима ЕКСТРЕМНИХ ВРЕДНОСТИ УТИЦАЈА.

- Највећи од екстремних утицаја у појединим пресецима називамо АПСОЛУТНИ МАКСИМУМ тј. АПСОЛУТНИ МИНИМУМ тог утицаја.

ПОЈАМ УТИЦАЈНЕ ф-је И УТИЦАЈНЕ ЛИНИЈЕ



P=1 - јединична сила (интензитета 1)
- концентрисана сила.

$Z(s,u)$ → вредност утицаја у пресеку s када је јед. сила у пресеку u.

Утицаје у носачима услед ПОКРЕТНОГ оптерећења редовно одређујемо путем УТИЦАЈНИХ ЛИНИЈА.

Посматрајмо јединичну силу P која делује у тачки u.

Утицај Z који та сила изазива на месту S бележимо $Z(s,u)$. Први индекс у загради одређује место утицаја а други место у коме јединична сила делује.

- Када се сила не помера, тј. за једну одређену вредност u, $Z(s,u)$ је ф-ја само места на коме тражимо утицај.

- Графички приказ те ф-је је дијаграм утицаја у носачу који је оптерећен јединичном силом на месту u.

- Ако се јединична сила помера по носачу а место на коме тражимо утицај остаје исто, $Z(s,u)$ је ф-ја само од u коју називамо утицајна функција за утицај Z на месту S.

- Ако ту ф-ју прикажемо графички наносећи вредности утицаја Z на месту u са ординатама у правцу нападне линије јединичне силе добијамо утицајну линију за утицај Z на месту S.

УТИЦАЈНЕ ЛИНИЈЕ СУ КРИВЕ ИЛИ ПРАВЕ ЛИНИЈЕ, ЊИХОВ ОБЛИК ЗАВИСИ ОД ВРСТЕ НОСАЧА, ОД ВРСТЕ УТИЦАЈА У НОСАЧУ КАО И ОД НАЧИНА ПРЕНОШЕЊА тј. ДА ЛИ ЈЕ НОСАЧ ДИРЕКТНО ИЛИ ПОСРЕДНО ОПТЕРЕЋЕН.

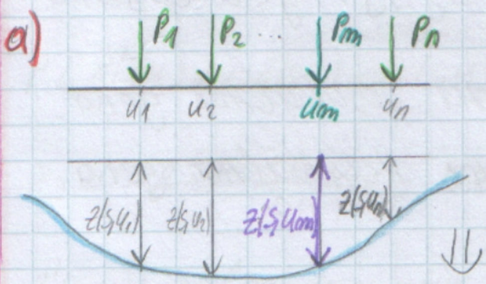
24. СРАЧУНАВАЊЕ УТИЦАЈА ИЗ УТИЦАЈНИХ ЛИНИЈА. ДИМЕНЗИЈЕ ОРДИНАТА УТИЦАЈНИХ ЛИНИЈА.

- Када нам је позната утицајна линија лако је срачунати вредност утицаја услед произвољног оптерећења које има исти правац као правац јединичне силе за коју је утицајна линија нацртана.

I СИСТЕМ КОНЦЕНТРИСАНИХ СИЛА

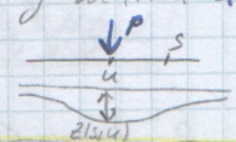
Z_S је вредност утицаја.

а)



с) На основу принципа **СУПЕРПОЗИЦИЈЕ** вредност утицаја Z_S на месту S услед силе P која делује у тачки u је

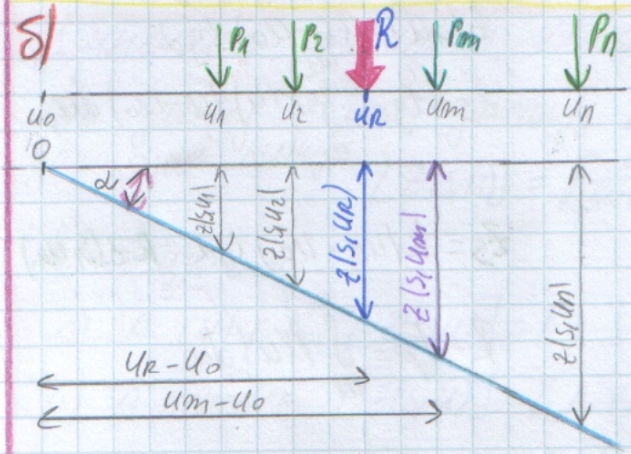
$$\boxed{Z_S = P\cdot Z(s,u)}$$,



а за систем концентрисаних сила $P_1, P_2, \dots, P_n$ које делују у тачкама $u_1, u_2, u_3 \dots u_n$, вредност утицаја:

$$\boxed{Z_S = \sum_{m=1}^{n} P_m\, z(s,u_m)}$$

б)



$z(s,u_m) = (u_m-u_0)\,tg\alpha$
$m = 1,2,\dots,n.$

$$Z_S = tg\alpha \sum_{m=1}^{n} P_m(u_m-u_0)$$

u_0 - стат. мом. свих сила у односу на 0.
- мењамо са стат. мом. резултанте.

статички момент сила $\sum_{m=1}^{n} P_m(u_m-u_0)$ у односу на u_0 може да се третира као статички момент резултанте сила $R=\sum_{m=1}^{n} P_m =$ у односу на исту тачку, $=R(u_R-u_0)$

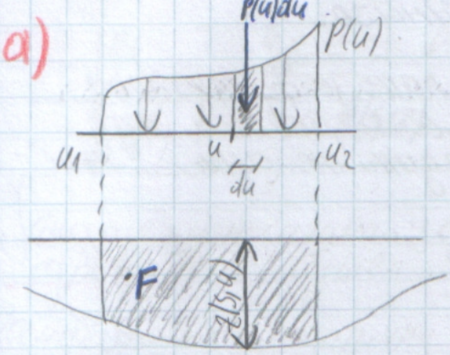
$$Z_S = R(u_R-u_0)\,tg\alpha = R\,z(s,u_R)$$

$\boxed{Z_S = R\,z(s,u_R)}$ ⇒ вредност утицаја једнака је производу резултанте сила и ординате утицајне линије испод резултанте сила.

84/07

II РАСПОДЕЉЕНО ОПТЕРЕЋЕЊЕ

а)



$$Z_S = \int_{u_1}^{u_2} P(u)\, z(s,u)\, du$$

кад је $P(u) = P = const$ = једнакопод. оптер ⇒

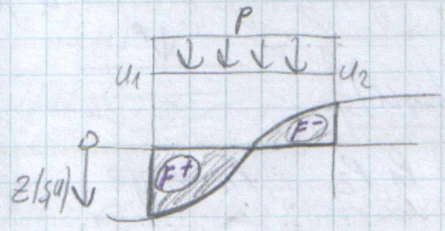
$$Z(s) = P \cdot \int_{u_1}^{u_2} z(s,u)\, du = P \cdot F$$

F – утицајна површина на оптерећеном делу. F је површина у алгебарском смислу ⇒

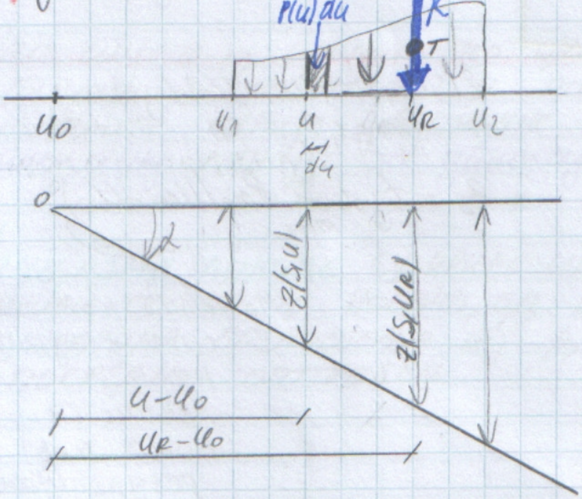
$$\boxed{F^+ + F^- = F}$$

F^+ – површина позитивног дела.

F^- – површина негативног дела.



б) ут. лин = права лин.

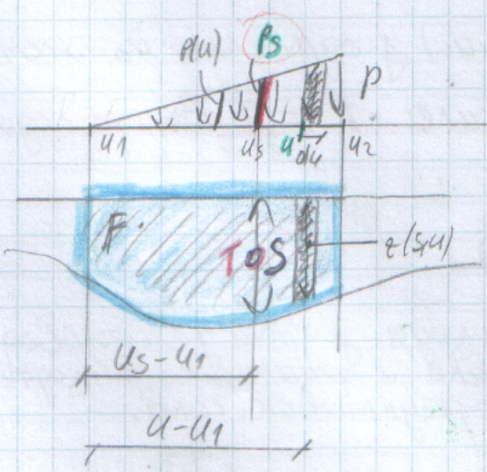


$$z(s,u) = (u-u_0)\, tg\alpha$$

$$Z_S = tg\alpha \int_{u_1}^{u_2} P(u)(u-u_0)\, du$$

$$Z_S = R(u_R - u_0)\, tg\alpha = R\, z(s,u_R)$$

$$R = F_p = \int_{u_1}^{u_2} P(u)\, du$$



ордината оптерећења на месту тежишта површине F.

$$\Rightarrow \boxed{Z_S = P_S F}$$

$$\frac{p(u)}{u-u_1} = \frac{p}{u_2-u_1} \Rightarrow p(u) = \frac{u-u_1}{u_2-u_1} \cdot p$$

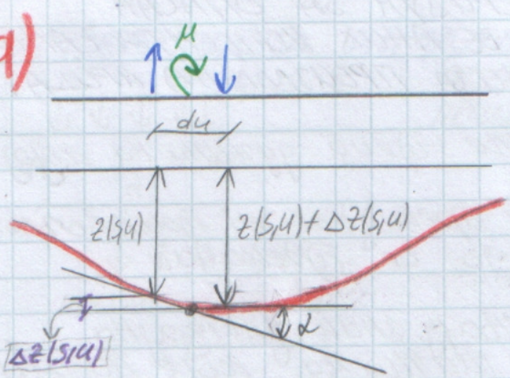
$$Z_S = \int_{u_1}^{u_2} p(u) \cdot z(s,u)\, du = \frac{p}{u_2-u_1} \int_{u_1}^{u_2} z(s,u)(u-u_1)\, du$$

$$= \frac{p}{u_2-u_1} \cdot F\,(u_S - u_1)$$

$$\Rightarrow \boxed{Z_S = P_S \cdot F} \qquad P_S = p \cdot \frac{u_S - u_1}{u_2 - u_1}$$

III) КОНЦЕНТРИСАНИ МОМЕНАТ

а)



M - замењујено еквивалентним спрегом сила P, на размаку Δu, тако да:

$M = P \cdot \Delta u \Rightarrow$

$P = \frac{M}{\Delta u}$

УГАО α УВЕК МЕРИМО ОД ХОРИЗОНТАЛЕ КА ТАН. У СМЕРУ КАЗАЉКЕ НА САТУ.

$$P[z(s,u)+\Delta z(s,u)-z(s,u)] = P\Delta z(s,u) = M\cdot\frac{\Delta z(s,u)}{\Delta u}$$

$$z_s = M\cdot\lim\frac{\Delta z(s,u)}{\Delta u} = Mz'(s,u) = M\,tg\alpha \quad \Rightarrow \quad \boxed{z_s = M\,tg\alpha}$$

$z'(s,u)$ - извод утицајне ф-је по променљивој u.

α - угао нагиба тангенте на утицајну линију у тачки у којој делује концентрисани моменат M.

може се рећи да је $z'(s,u)$ утицајна ф-ја која одговара паретном јединичном концентрисаном моменту.

ДИМЕНЗИЈЕ ОРДИНАТА УТИЦАЈНИХ ЛИНИЈА

-Ако утицај z има димензију [a], онда је димензија ординате утицајне линије $[z(s,u)] = \left[\frac{a}{\text{сила}}\right]$ (и> $z = P\cdot z(s,u)$)

Димензије:

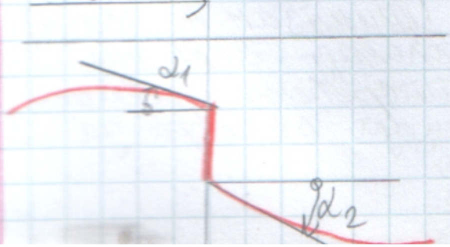
а) ЗА СИЛЕ $[z(s,u)] = [-]$ [/]

б) ЗА МОМЕНТЕ $[z(s,u)] = [\text{ДУЖИНА}]$ [m]

ц) ЗА ПОМЕРАЊА $[z(s,u)] = [\text{ДУЖИНА}/\text{СИЛА}]$ [m/N]

д) ЗА ОБРТАЊА $[z(s,u)] = [\text{rad}/\text{СИЛА}]$ [rad/N]

б) Ако имамо прекидну ф-ју у тачки „u", онда радимо вредности утицаја за пресек бесконачно близу лево и бесконачно близу десно од тачке „u"



$$\boxed{z_s = M\,tg\alpha_1}$$

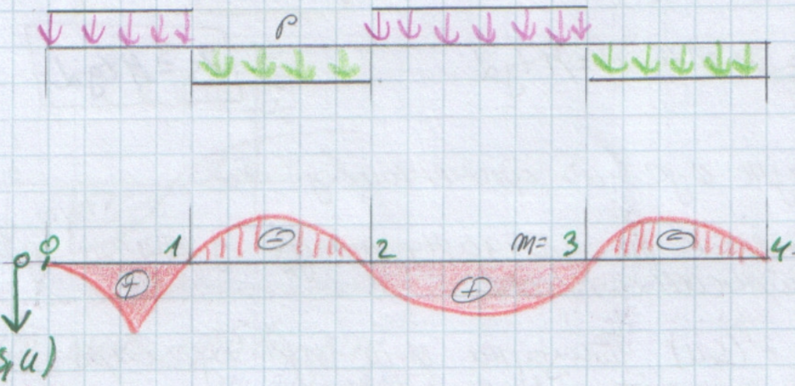
$$\boxed{z_s = M\,tg\alpha_2}$$

(25) КРИТЕРИЈУМ ЗА ОПАСАН ПОЛОЖАЈ ЈЕДНАКОПОДЕЉЕНОГ ПОКРЕТНОГ ОПТЕРЕЋЕЊА. КРИТЕРИЈУМ ЗА ОПАСАН ПОЛОЖАЈ ПОКРЕТНОГ СИСТЕМА ВЕЗАНИХ КОНЦЕНТРИСАНИХ СИЛА КАДА ЈЕ УТИЦАЈНА ЛИНИЈА ПРОИЗВОЉНА КРИВА.

- Једнакоподељено покретно оптерећење према дужини на којој делује, може бити:
  1) произвољне дужине које се може прекидати на произвољном месту
  2) одређене дужине које не може да се прекида.

- Ако ординате утицајне линије мењају знак, утицајна линија сече апсцисну осу у тачкама које називамо НУЛТИМ ТАЧКАМА или РАЗДЕЛНИЦАМА утицајне линије. Ове тачке деле позитивне од негативних делова ут. лин.

1) РАСПОДЕЉЕНО ОПТЕРЕЋЕЊЕ а) (ПРОИЗВОЉНЕ ДУЖИНЕ)



max Z_p
min Z_p } екстремне вр. ут.

Најгора могућа варијанта, стављамо оптер. на позитивне површине - ОПАСАН ПОЛОЖАЈ ОПТЕРЕЋЕЊА

Меродаван положај једнакоподељеног оптерећења (покретног) одређен је када су познате НУЛТЕ тачке утицајне линије $m=0,1,\dots,n$.

Ако: $F_m = \int_{m-1}^{m} z(s,u)\,du$ - утицајна површина између нултих тач. m и $m-1$.

тада је позитивна утицајна површина једнака $F^+ = F_1 + F_3$

а негативна $F^- = F_2 + F_4 \Rightarrow$

$\boxed{\max Z_p = p \cdot F^+}$

$\boxed{\min Z_p = p \cdot F^-}$

} када познајемо ове екстремне вредности, вредност утицаја у носачу Z_p услед једнакоподељеног оптерећења p дуж читаве утицајне линије, тј између нултих тачака 0 и n:

$$Z_p = F^+ + F^- = \sum F$$

б) РАСПОДЕЉЕНО ОПТЕРЕЋЕЊЕ КОНАЧНЕ ДУЖИНЕ

Када једнакоподељено покретно оптерећење одређене дужине (која је мања од размака суседних нултих тачака ут. линије), меродаван положај одређујемо на следећи начин. (СЛИКА НА СЛ. СТРАНИ)

- Нека је положај покретног оптерећења (приказан на слици) МЕРОДАВАН ПОЛОЖАЈ. Ако при том положају $Z_s = pF$ има екстремну вредност при померању оптерећења улево или удесно за величину Δu, прираштај утицаја ΔZ_s мора да буде једнак нули $\Rightarrow$

$$\Delta Z_s = p \cdot \Delta u \left[Z(s,u_2) - Z(s,u_1) \right] = 0$$